Mathematics IV

Scalar field (scalar function)

vector field (vector function)

- Remember: $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$

Napla/ del ↲

$\overline{\nabla}\phi \longrightarrow$ Vector

grad ϕ ↲ إنحدار الدالة ϕ

$\overline{\nabla}.\overline{A} \longrightarrow$ scalar

div $\overline{A}$ ↲ تباعد الدالة $\overline{A}$

$\overline{\nabla}\times\overline{A} \longrightarrow$ Vector

curl $\overline{A}$ ↲

Gradient of the scalar function:

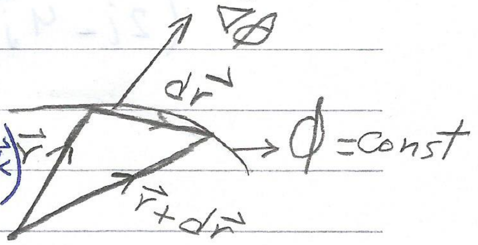
$\overline{\nabla}\phi \quad , \phi = \phi(x,y,z)$

$\phi(x,y,z) = c \Rightarrow$ معادلة السطح

$$d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x}dx + \frac{\partial \phi}{\partial y}dy + \frac{\partial \phi}{\partial z}dz = 0$$

يمكن إعادة جمعها غتل بعد الرجوع لأصلها

$$d\phi = \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \phi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \phi}{\partial z}\vec{k}\right) \cdot \left(dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}\right) = 0$$



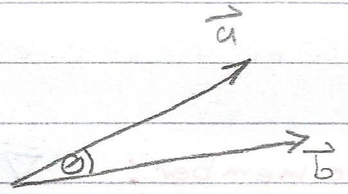
ملحوظة:-

معنى أن حاصل الضرب القياسي بصفر إن الدالتين عموديين على بعض

∴ معناها إن انحدار الدالة عمودي على السطح

Remember:-

find projection of $\vec{a}$ on $\vec{b}$

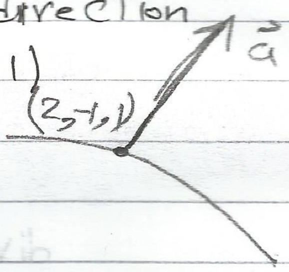


Projection $= \vec{a} \cdot \vec{b}$ (الناتج كمية قياسية)

أوجد المشتقة الاتجاهية:-

Find directional derivative of ϕ in the direction of $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ at the point $(2,-1,1)$

$\phi = x(y^2 + z^3)$



اذا اولا نوجد الـ grad ولكنه عمودي على السطح لذلك علينا بعد ذلك ايجاد اسقاط ناتج الـ grad على الـ Vector $\vec{a}$

$\boxed{1}$ $\bar{\nabla}\phi = \left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right) \cdot \left(x(y^2+z^3)\right)$

$= (y^2+z^3)\vec{i} + (2xy)\vec{j} + (3xz^2)\vec{k}$

$\boxed{2}$ $\bar{\nabla}\phi\Big|_{(2,-1,1)} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}$

$\boxed{3}$ directional derivative $// \bar{a} =$

$$(2\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}) \cdot \frac{\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}}{\sqrt{1+4+4}} = \frac{1}{3}(6) = 2$$